Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Для билета

Вариант задания 2

Лист работы 1 из 5

№2.

т.к. кроме воды в сосуде ничего нет, а давление составляет $p = 10^5$ Па - атмосфер. ⇒ ~~Ff~~ ~~По~~ водяные пары в сосуде насыщенные и имеют температуру 373 К.

$\Delta m = m_0 - m_к$ (m_0 - нач. масса воды, $m_к$ - конеч. масса воды)

~~$m_к = V_к$~~ $m_к = \mu \cdot \nu_к$ ($\nu_к$ - кол-во вещ-ва в конце, μ - молар. масса воды)

$p_к V = \nu_к RT$; $p_к = (1 - 0{,}1) \cdot p = 0{,}9p$ (по усл.)

$0{,}9pV = \nu_к RT \Rightarrow \nu_к = \frac{0{,}9pV}{RT} \Rightarrow m_к = \mu \cdot \frac{0{,}9pV}{RT}$

$\Delta m = m_0 - \mu \frac{0{,}9pV}{RT}$ $\quad \mu \approx 1 \cdot 2 + 1 \cdot 16 = 18 \frac{г}{моль}$ $\quad 10 л = 0{,}01 м^3$

$\Delta m = 18 - 18 \cdot \frac{0{,}9 \cdot 10^5 \cdot 0{,}01}{8{,}31 \cdot 373} = 12{,}7 г.$

Ответ: ~~Ff~~ ~~По~~ $\Delta m = 12{,}7 г.$

Можно использовать оборот листа для записи решений

№3.

Найдем скорость с которой ракета окажется на поверхности астероида.

Закон изм. кин. эн.

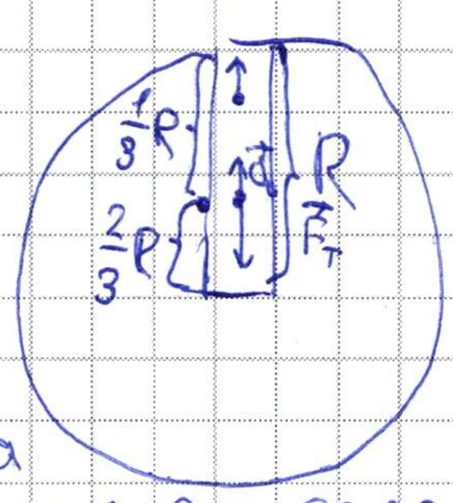
$\Delta E_{кин} = A_{всех\ сил}$.

т.к. на ракету действует только сила тяжести, то $A_{всех\ сил} = A_T$ - работа силы тяжести.

$A_T = -\int dA$

ставим "-" т.к. $\vec{F}_T \uparrow\downarrow \vec{S}$

$A_T = -\int_{\frac{2}{3}R}^{R} F \cdot dr$



$F = \frac{GmM}{r^2}$, M - масса астероида, r - расстояние от рак. до центра

$M = \rho V = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$

$A_T = -\int_{\frac{2}{3}R}^{R} \rho \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \cdot \frac{Gm}{r^2} \cdot dr = -\frac{4}{3}\pi\rho Gm \int_{\frac{2}{3}R}^{R} r \cdot dr =$

$= -\frac{4}{3}\pi\rho Gm \cdot \frac{r^2}{2}\Big|_{\frac{2}{3}R}^{R} = -\frac{4}{3}\pi\rho Gm \cdot \frac{1}{2}\left(R^2 - \frac{4}{9}R^2\right) =$

$= -\frac{4}{3}\pi\rho Gm \cdot \frac{5}{18}R^2$, $\rho = \frac{M}{V} = \frac{3}{4}\frac{M}{\pi R^3}$

$A_T = -\frac{4}{3}\pi G \cdot m \cdot \frac{3}{4}\frac{M}{\pi R^3} \cdot \frac{5}{18}R^2 = -\frac{5}{18}\frac{GmM}{R}$

$\Delta E_k = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \frac{m}{2}(v^2 - v_0^2)$ - v_0 - кос. скор., v - скор. на повер.

v_0 - первая косм. скор. $m\frac{v_0^2}{R} = mg$ $g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow v_0^2 = \frac{GM}{R}$

olymp.bmstu.ru

$$\Delta E_k = \frac{m}{2}\left(v^2 - \frac{GM}{R}\right) = A_T = -\frac{5}{18}\frac{GmM}{R}$$

$$\frac{1}{2}\left(v^2 - \frac{GM}{R}\right) = -\frac{5}{18}\cdot\frac{GM}{R} \qquad v^2 - \frac{GM}{R} = -\frac{5}{9}\frac{GM}{R}$$

$$\boxed{v^2 = \frac{4}{9}\frac{GM}{R}}$$ - скорость на поверхности

2. После вылета из астероида запишем ЗСЭ. Ускорение свободного падения в точке max удаления скорость равна нулю

$$\frac{mv^2}{2} + E_{no} = E_{nk}, \quad E_{no} - \text{нач. пот. эн. взаим.}, \quad E_{nk} - \text{конеч. пот. эн. взаим.}$$

$$E_{no} = -\frac{GmM}{R}$$

$$E_{nk} = -\frac{GmM}{R+H}$$

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{GmM}{R} = -\frac{GmM}{R+H}$$ - подставим v

$$\frac{4}{9}\frac{GM\cdot m}{R\cdot 2} - \frac{GmM}{R} = -\frac{GmM}{R+H}$$

$$\frac{2}{9R} - \frac{1}{R} = -\frac{1}{R+H} \qquad \frac{2R-9R}{9R} \qquad \frac{2-9}{9R} = -\frac{1}{R+H}$$

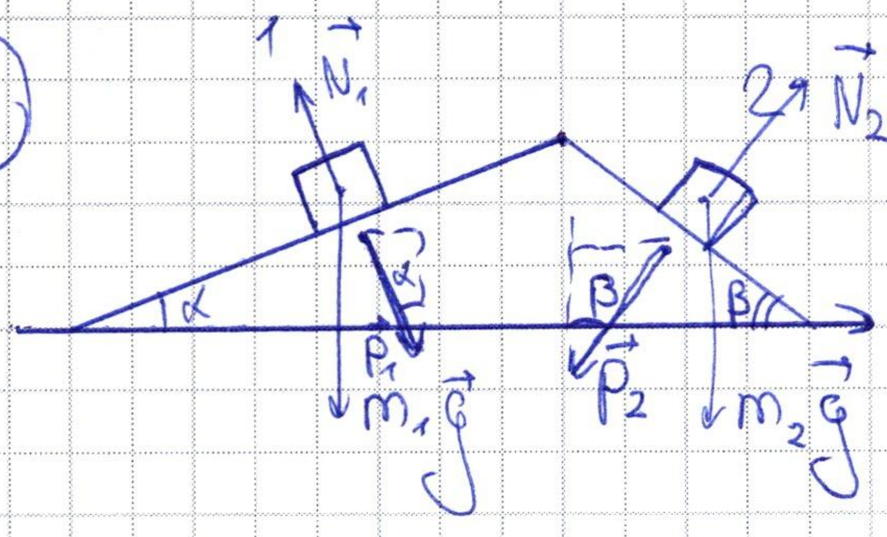
$$\frac{9-2}{9R} = \frac{1}{R+H} \qquad \frac{7}{9R} = \frac{1}{R+H} \qquad \frac{9}{7}R = R+H \qquad H = \frac{2}{7}R$$

$$H = \frac{2}{7}\cdot 462 = 132\ км.$$

Ответ: $H = 132$ км.

W6.

(1)



расставим силы на горку со стороны брусков действуют силы давления P_1 и P_2

по III з. Н $P_1 = N_1$; $P_2 = N_2$ ($P_1; P_2$), $N_1 = m_1 g \cdot \cos\alpha$, $N_2 = m_2 g \cdot \cos\alpha$

~~$P_{1x} = N$~~ проекции сил на ось Ox

$P_{1x} = N_1 \cdot \sin\alpha$ $\quad P_{1x} = m_1 g \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha$, т.к $m_1 = m$ получ.

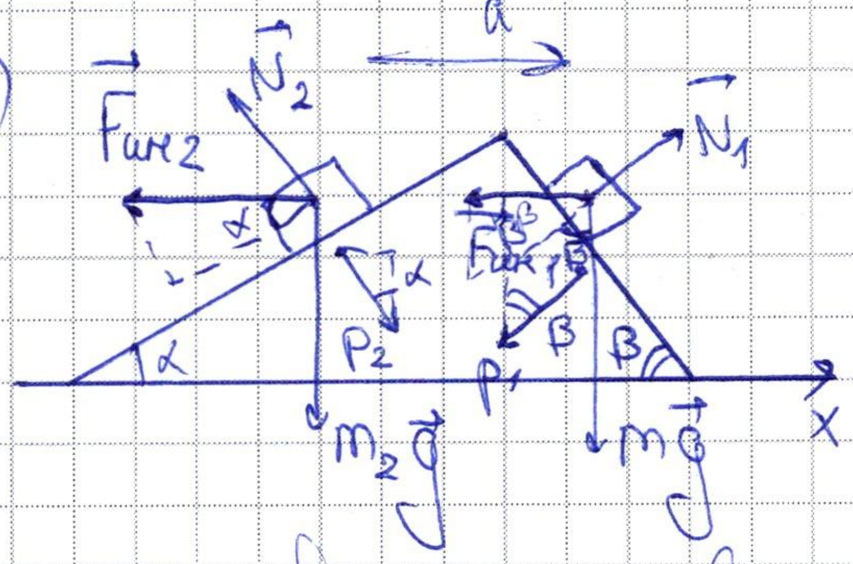
$P_{2x} = N_2 \cdot \sin\beta$ $\quad P_{2x} = m_2 g \cdot \cos\beta \cdot \sin\beta$

т.к. ~~горка~~ горка покоится по усл. $\Rightarrow$

$P_{1x} = P_{2x}$ $\quad m g \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha = m_2 g \cdot \cos\beta \cdot \sin\beta$

$m_2 = m \cdot \dfrac{\cos\alpha \cdot \sin\alpha}{\cos\beta \cdot \sin\beta} = m \cdot \dfrac{\cos(45) \cdot \sin(45)}{\cos(60) \cdot \sin(60)} = \boxed{\dfrac{2\sqrt{3}}{3} m = 1{,}15\,m}$

(2)



после того как бруски перестали двигаться, это ускорение горки будет направлено вправо. т.к. m_2 имеет большую массу и меньший угол.

т.к. бруски движутся по горке, которая движется поступательно с ускорением на бруски будет действовать сила ~~в 00-горки~~ инерции $\vec{F}_и$, которая по модулю равна $F_1 = m_1 a$; $F_2 = m_2 a$; где a ускорение горки

$F_1 \uparrow\downarrow \vec{a}$; $F_2 \uparrow\downarrow \vec{a}$

olymp.bmstu.ru

т.к. мы рассматриваем СО-горка, то ускорения по нормали к поверхности равно 0 $\Rightarrow$ проекции всех сил, действующих на брусок по нормали к горке равны 0; для 1 бруска $mg\cdot\cos\beta = N_1 - F_{ин1}\sin\beta$

для 2 бруска $m_2 g\cdot\cos\alpha = F_{ин2}\cdot\sin\alpha + N_2$; $F_{ин1} = ma$

$F_{ин2} = m_2 a$

$N_1 = P_1 = mg\cdot\cos\beta + ma\cdot\sin\beta = m(g\cdot\cos\beta + a\cdot\sin\beta)$

$N_2 = P_2 = m_2 g\cdot\cos\alpha - m_2 a\cdot\sin\alpha = m_2(g\cdot\cos\alpha - a\cdot\sin\alpha)$

$P_{1x} = m\cdot\sin\beta(g\cdot\cos\beta + a\cdot\sin\beta)$

$P_{2x} = m_2\cdot\sin\alpha(g\cdot\cos\alpha - a\cdot\sin\alpha)$, т.к $m_2 = \frac{2}{3}\sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}m\sin\alpha(g\cdot\cos\alpha - a\cdot\sin\alpha)$

Запишем II З.Н для горки $\frac{5}{4}ma = P_{2x} - P_{1x}$

$\frac{5}{4}ma = \frac{2\sqrt{3}}{3}m\cdot\sin\alpha(g\cdot\cos\alpha - a\cdot\sin\alpha) - m\cdot\sin\beta(g\cdot\cos\beta + a\cdot\sin\beta)$

$\frac{5}{4}a = \frac{2\sqrt{3}}{3}g\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha - \frac{2\sqrt{3}}{3}a\cdot\sin^2\alpha - g\cdot\sin\beta\cdot\cos\beta - a\cdot\sin^2\beta$

$\frac{5}{4}a + \frac{2\sqrt{3}}{3}a\cdot\sin^2\alpha + a\cdot\sin^2\beta = g\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha - \sin\beta\cdot\cos\beta\right)$

$a\left(\frac{5}{4} + \frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot\sin^2\alpha + \sin^2\beta\right) = g\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha - \sin\beta\cdot\cos\beta\right)$

$a = g\,\frac{\left(\frac{2}{3}\sqrt{3}\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha - \sin\beta\cdot\cos\beta\right)}{\left(\frac{5}{4} + \frac{2}{3}\sqrt{3}\cdot\sin^2\alpha + \sin^2\beta\right)} = g\cdot\frac{\sqrt{3}}{4(6+\sqrt{3})} = 0{,}056g. =$

$= 0{,}56\ \frac{м}{с^2}$

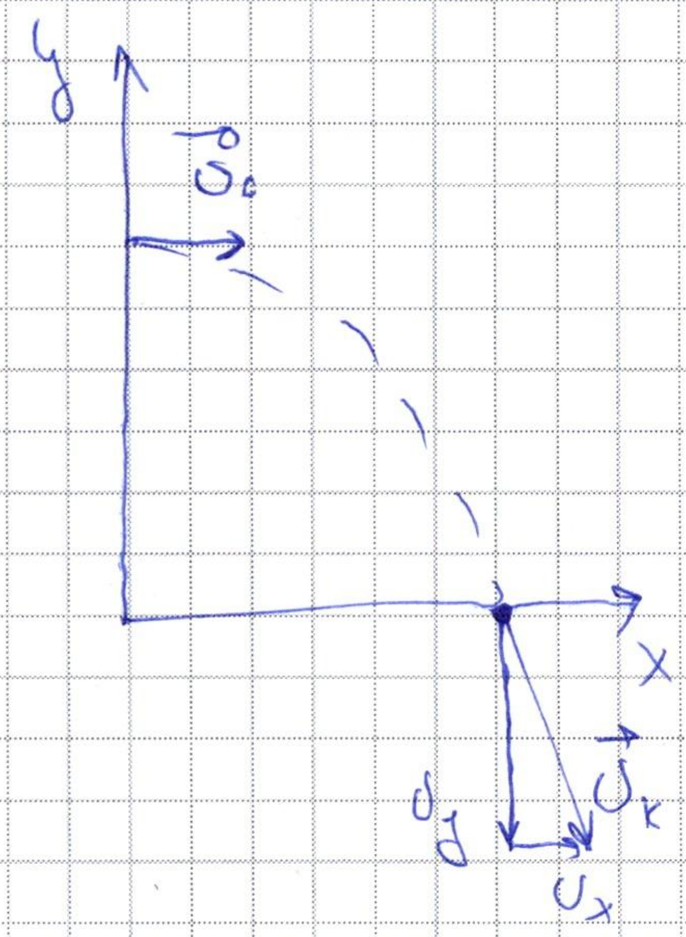
Ответ: $m_2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}m$; $a = 0{,}56\frac{м}{с^2}$.

№1.

т.к. тангенсальное ускорение всегда коллинеарно со скоростью $\Rightarrow a_\tau = a$

$a_{\tau_{ср}} = \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t}$; $\Delta \upsilon$ - изменение абсолютной скорости тела в полете; Δt - время полета, $a_{\tau_{ср}}$ - среднее значение ~~на~~ тангенсального ускорения.

$\Delta \upsilon = \upsilon_к - \upsilon_0$



$\upsilon_к = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2}$ $\upsilon_x = \upsilon_0$ $\upsilon_y = g\Delta t$ (т.к $\upsilon_{0y} = 0$)

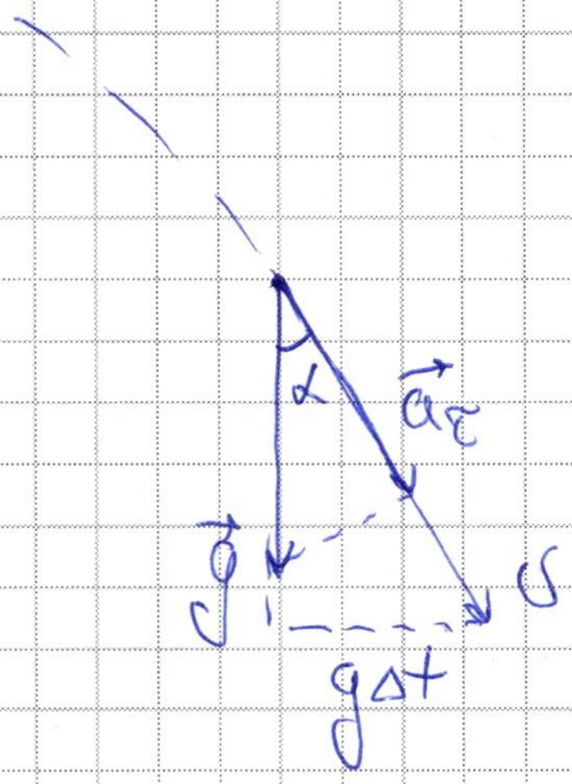
$\upsilon_к = \sqrt{(g\Delta t)^2 + \upsilon_0^2}$

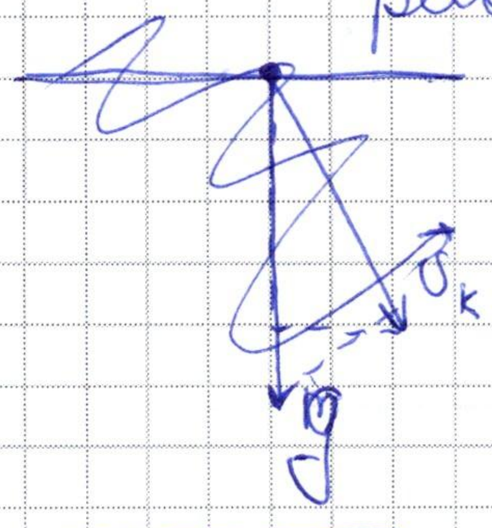
$a_{\tau_{ср}} = \frac{\sqrt{(g\Delta t)^2 + \upsilon_0^2} - \upsilon_0}{\Delta t}$

Рассмотрим подробнее момент падения

$a_n = g$ - полное ускорение

a_τ - в момент падения равно проекции g на касательную к траектории





$\sin\alpha = \frac{\upsilon}{g\Delta t} = \frac{\sqrt{(g\Delta t)^2 + \upsilon_0^2}}{g\Delta t}$

$a_\tau = g \cdot \frac{\sqrt{(g\Delta t)^2 + \upsilon_0^2}}{g\Delta t} = \frac{\sqrt{(g\Delta t)^2 + \upsilon_0^2}}{\Delta t} = a_\tau$

olymp.bmstu.ru

№3 $\frac{3}{2} a_{\tau ср} = a_\tau$ (по усл.)

$$\frac{3}{2} \frac{\sqrt{(g\Delta t)^2 + v_0^2} - v_0}{\Delta t} = \frac{\sqrt{(g\Delta t)^2 + v_0^2}}{\Delta t}$$

$$\frac{3}{2}\sqrt{(g\Delta t)^2 + v_0^2} - \frac{3}{2}v_0 = \sqrt{(g\Delta t)^2 + v_0^2}$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{(g\Delta t)^2 + v_0^2} = \frac{3}{2}v_0 \rightarrow \sqrt{(g\Delta t)^2 + v_0^2} = 3v_0$$

$$(g\Delta t)^2 + v_0^2 = 9v_0^2$$

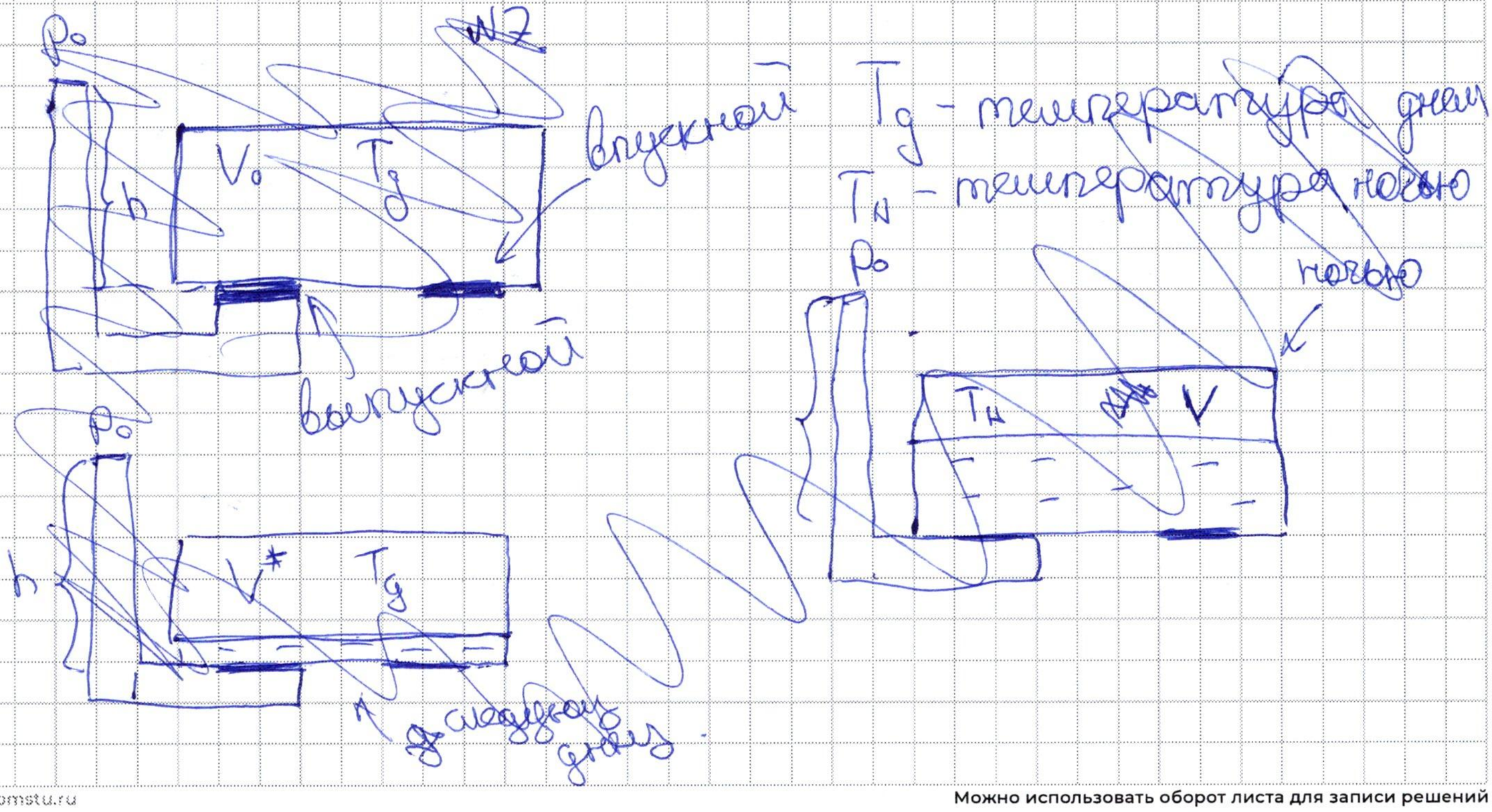
$$(g\Delta t)^2 = 8v_0^2$$

$$\Delta t = \sqrt{\frac{8v_0^2}{g^2}} = 2\sqrt{2}\frac{v_0}{g}$$

$H = \frac{gt^2}{2}$, т.к $v_{0y} = 0$ $\quad H = \frac{g}{2} \cdot \frac{8v_0^2}{g^2} = 4\frac{v_0^2}{g}$

$H = 4 \cdot \frac{100}{10} = 40$ м.

Ответ: $H = 40$ м.



V_0 - общий объем воздуха в камере насоса без воды, найдем ее через ур. сост. $p_0 V_0 = \nu R T_g \Rightarrow V_0 = \frac{\nu R T_g}{p_0}$

V - объем воздуха, когда из-за понижения температуры скачивается

$p_0 V = \nu R T_н \rightarrow V = \frac{\nu R T_н}{p_0}$

из этого найдем сколько воды затечет в камеру за одну ночь $V_в = V_0 - V = \frac{\nu R T_g}{p_0} - \frac{\nu R T_н}{p_0} =$

$= \frac{\nu R}{p_0}(T_g - T_н) = \frac{\nu R}{p_0}\Delta T$

при наступлении следующего дня воздух вновь расширяется, но чтобы протолкнуть воду по трубе в камере должно быть давление $p_0 + \rho g h$, V^* - объем воздуха днем после прекращения расширения.

$(p_0 + \rho g h)V^* = \nu R T \rightarrow V^* = \frac{\nu R T_g}{p_0 + \rho g h}$; таким образом

насос перекачает за сутки $\Delta m = \rho \Delta V =$

в камере останется $V_{ост} = V_0 - V^* = \nu R T_g \left(\frac{1}{p_0} - \frac{1}{p_0 + \rho g h}\right)$

таким образом за сутки перекачает $\Delta m = \rho \Delta V =$

ΔV - объем перекач. воды

$\Delta V = V_в - V_{ост}$; $V_{ост} = V_0 - V^*$

$\Delta V = V_в - V + V_0 + V^* = V^* - V = \frac{\nu R T_g}{p_0 + \rho g h} - \frac{\nu R T_н}{p_0}$

$V_0 - V_0$

$(p_0 + \rho g h) V_0 = \nu R T_g$

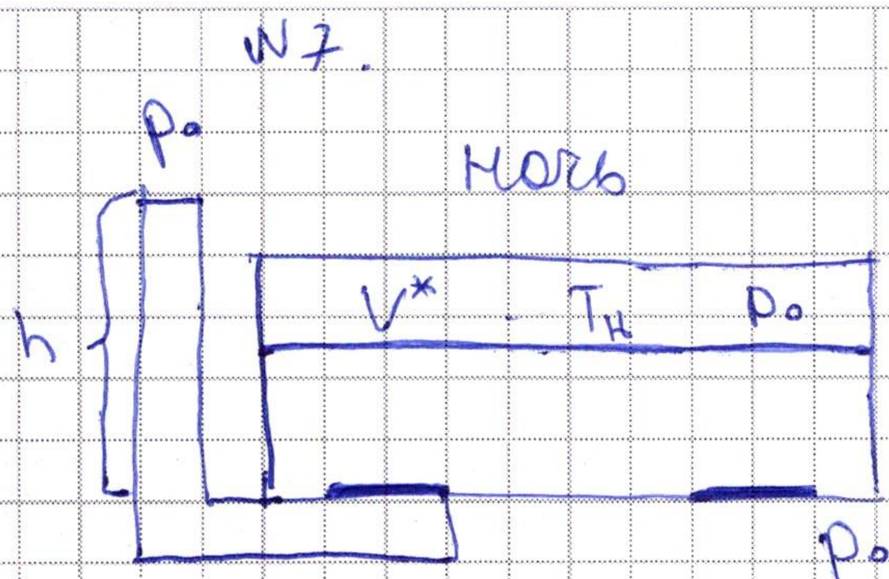
$p_0 V = \nu R T_н$

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 2

№7.



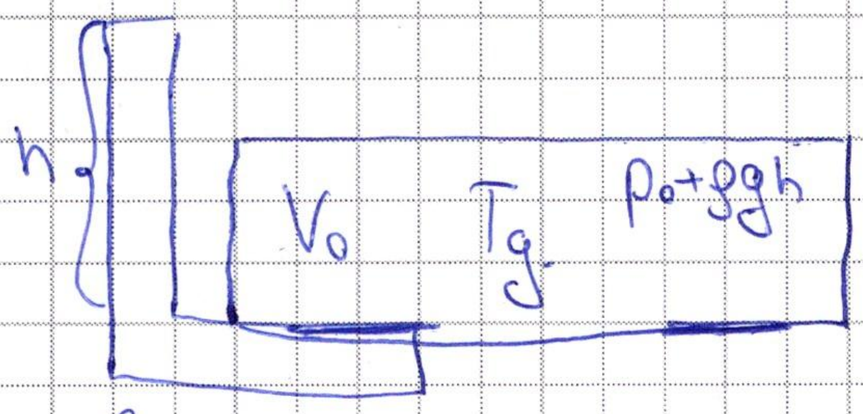
$T_н$ - темп. ночью

$T_д$ - темп. днем.

V^* - объем возд. ночью.

V_0 - объем возд. днем.

$$p_0 V^* = \nu R T_н \to V^* = \frac{\nu R T_н}{p_0}$$



$$(p_0+\rho g h) V_0 = \nu R T_д \to V_0 = \frac{\nu R T_д}{\rho g h + p_0}$$

В каком случае объем перекачанной воды

$$\Delta V = V_0 - V^* = \frac{\nu R T_д}{\rho g h + p_0} - \frac{\nu R T_н}{p_0} = \nu R \left(\frac{T_д p_0 - T_н (\rho g h + p_0)}{p_0 (p_0 + \rho g h)} \right)$$

$$\Delta m = \rho \Delta V = \rho \left(\frac{T_д p_0 - T_н (\rho g h + p_0)}{p_0 (p_0 + \rho g h)} \right)$$

$T_{д1} = 308 K$; $T_{н1} = 293 K$; $T_{д2} = 293 K$; $T_{н2} = 278 K$

$$\frac{\Delta m_1}{\Delta m_2} = \frac{T_{д1} p_0 - T_{н1} (\rho g h + p_0)}{T_{д2} p_0 - T_{н2} (\rho g h + p_0)} \approx 1,05$$

Ответ: в 1,05 раз.

Можно использовать оборот листа для записи решений

